

## 単目的最適化問題における多目的化とその有効性

渡邊 真也<sup>†</sup> 榊原 一紀<sup>†</sup>

本論文では、単目的最適化問題を多目的化する新たな2種類の手法の提案と提案する多目的化の有効性の検証を行う。提案する2種類の多目的化は元の単目的問題に対して何らかの変更を加えた新たな目的を作成し追加する方法であり、1つは問題の制約条件の緩和を利用した方法、もう1つは設計変数値もしくは目的関数値に対するノイズを利用した方法である。これらの提案手法を用いることにより、単目的最適化では見つけられなかった最適解へつながる探索パスの増加、および探索母集団の多様性の向上を期待することができる。

本論文では、上記の2種類の多目的化についてナップザック問題、Rastrigin といった代表的な数値テスト関数を用いた実験を行った。その結果、制約の緩和を利用した多目的化では、元々の単目的最適化の場合に比べて良好な結果を得ることができた。一方、ノイズを利用した多目的化では、変数間に依存関係があり多峰性を有する関数に対して良好な結果を得ることができた。また、目的関数値にノイズを加えるよりも変数値にノイズを加えた場合の方がより効果的であることが分かった。

### Multiobjective approaches in single objective optimization environment

SHINYA WATANABE<sup>†</sup> and KAZUTOSHI SAKAKIBARA<sup>†</sup>

This paper presents two new approaches for transforming a single-objective problem into a multi-objective problem. These approaches add new objectives to a problem to make it multi-objective and use a multi-objective optimization approach to solve the newly defined problem. One approach is based on the way to relax constraints of the problem and the other is based on the way to add some noise to objective value or decision variable. Intuitively, these approaches give more freedom to explore and less likelihood of becoming trapped in local optimum.

In this paper, we investigate the characteristics and effectiveness of the proposed approaches by comparing the performance on single-objective problems and multi-objective versions of those same problems. Through numerical examples, we found that the multi-objective versions using the way to relax constraints can derive good results and that using the way to use noise can get better solution when the function has multimodal and separable.

#### 1. はじめに

Schaffer らの VEGA<sup>1)</sup> によって始まった進化的多目的最適化 (Evolutionary Multi-criterion Optimization: EMO) に関する研究は、近年盛んに行われるようになり大きな進歩を見せている<sup>2),3)</sup>。

これまでの EMO に関する数多くの研究により、幾つかの優れた多目的最適化アルゴリズムが開発され、良好な結果が報告されている<sup>4)~6)</sup>。代表的なアルゴリズムの中でも、特にその性能が優れているとされるのが Deb らの提案する NSGA-II<sup>4)</sup> と Zitzler らの提案する SPEA2<sup>5)</sup> である。また、それらのアルゴリズムを

用いた実問題への適用についても、携帯電話無線基地局の最適配置<sup>7)</sup>、超音速翼の最適設計<sup>8),9)</sup>、ディーゼルエンジンにおける噴射スケジュールの最適化<sup>10)</sup> など様々な分野への応用が数多く報告されている。

一方、単目的最適化問題に対して目的関数を何らかの形で複数目的化し、EMO を適用するという多目的化に関する研究は、その数は限られているものの新たな EMO の取り組みとして興味深い研究が行われている<sup>11),12)</sup>。

これまでの多目的化に関する研究としては、制約条件の目的関数化による多目的化<sup>12)</sup> や部分問題への分割による多目的化<sup>11)</sup> などが挙げられ、多目的化によ

<sup>†</sup> 立命館大学 情報理工学部  
College of Information Science & Engineering, Ritsumeikan University

単目的を多目的に変換することを意味する多目的化 (multi-objectivizing) という言葉は、Knowles により用いられているものである<sup>11)</sup>。

る問題の扱いやすさの向上, 問題の容易化, 最適解への探索パスの増加などが実現されている.

本論文では, 新たな多目的化の手法として以下の2種類の多目的化を提案する.

- 元の問題に対して制約条件を緩和した問題を作成し, それを新たな目的として追加し多目的化する方法
- 元の問題における設計変数値もしくは目的関数値に対してノイズを加えたものを新たな目的として追加し多目的化する方法

前者は, いわゆる緩和問題の概念を取り入れた方法であり, 後者は局所解からの脱出方法として利用する手法を組み入れたものである.

本論文では, 提案する多目的化の有効性を検証するために幾つかの数値実験を行った. 制約の緩和を利用した多目的化に関する数値実験としてナップザック問題を取り上げ, ノイズを用いた多目的化に関する数値実験として Rastrigin などの複数の代表的な数値テスト関数を用いた.

なお, 実験では単目的の遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm: GA) と多目的 GA の2種類の GA を用いた. 単目的 GA として, 島モデル GA を実装している ga2k<sup>13)</sup> を利用し, 多目的 GA として, Deb らにより提案された NSGA-II を使用した<sup>4)</sup>.

## 2. 単目的最適化と多目的最適化

一般に単目的最適化問題 (Single-Objective Optimization Problem: SOOP) は, 目的関数  $f(\vec{x})$  を  $m$  個の不等式制約条件のもとで最小化 (もしくは最大化) する問題として式 (1) のように定式化される.

$$\begin{cases} \text{minimize } f(\vec{x}) \\ \text{s.t. } g_j(\vec{x}) \geq 0 \quad (j = 1, \dots, m) \\ \vec{x} \in X \subset R^n \end{cases} \quad (1)$$

上式における  $X$  は実行可能領域 (feasible region) を表しており,  $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  は  $n$  次元の決定変数のベクトルを意味している.

同様に,  $k$  個の互いに競合する目的関数  $f(\vec{x}) = (f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_k(\vec{x}))^T$  を有する多目的最適化問題 (Multi-Objective Optimization Problem: MOOP)

は式 (2) のように定式化することができる.

$$\begin{cases} \text{minimize } \mathbf{f}(\vec{x}) = (f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_k(\vec{x}))^T \\ \text{s.t. } g_j(\vec{x}) \geq 0 \quad (j = 1, \dots, m) \\ \vec{x} \in X \subset R^n \end{cases} \quad (2)$$

### 2.1 単目的最適化問題の多目的化

SOOP を何らかの方法により多目的化する場合, 多目的化により得られた非劣解集合の中に元の SOOP における最適解 (もしくはそれに準じた許容解) が含まれている必要がある. SOOP における最適解 ( $x^{\text{opt}}$ ) と MOOP におけるパレート最適解集合 ( $X^*$ ) の関係を以下に示す.

$$\forall x^{\text{opt}} \in X^* \quad (3)$$

なお, 式 (3) における  $\forall x^{\text{opt}}$  は SOOP における重解の存在を意味している.

### 3. 単目的最適化問題の多目的化への方法

単目的最適化問題を多目的化する方法としては, 大きく以下の2つの方法が考えられる.

- 元の目的に新たな目的を追加する.
- 元の問題を複数の部分問題に分解する.

前者に基づく方法として, Coello らによる問題の制約条件を目的関数化することによる多目的化の方法<sup>12)</sup> が提案されており, 従来のペナルティを用いた方法との比較による有効性が示されている. この方法では, 制約を目的関数化することによる可能な探索領域を広げ解の制約充足の実現を試みている. そのため, 可能領域が狭く制約充足が難しい問題には効果的であるが, 比較的制約充足を実現しやすい問題においてはあまり効果が期待できない.

また, 後者としては Knowles らにより問題を複数の部分問題に分解し多目的化する方法が提案され, TSP などの問題に対する有効性が示されている<sup>11)</sup>. この多目的化は, 組み合わせ大規模な問題に対して幾つかの部分問題に分割することにより問題の容易化を目的としている. しかしながら, 幾つかの小問題に完全に分割できる問題はほとんど存在しないため, 問題の分割方法についての検討および問題の分割により得られる解の最適性がどの程度保持されているのかを十分に検証する必要がある.

本論文では, 上記の2つとは異なる新たなアプローチとして, 下記に示す新たな2種類の多目的化の提案を行う.

- 元の問題における制約条件を緩和した問題を作成し, それを新たな目的として追加し多目的化する方法

ga2k は島モデル GA に基づく単目的最適化アルゴリズムである. Engineous Software 株式会社の開発する最適化ソフトウェア "iSIGHT" においても最良の GA アルゴリズムとして採用されており, 次の URL からソースを取得することができる. <http://mikilab.doshisha.ac.jp/dia/research/pdga/archive/index.html>

- 元の問題における設計変数値もしくは目的関数値に対してノイズを加えたものを新たな目的として追加し多目的化する方法

両手法ともに元の目的に対して新たな目的を定義し追加する多目的化である。これらの多目的化では、単目的最適化では見つけられなかった最適解へつながる探索パスの増加、および探索母集団の多様性の向上を大きな目的としている。提案する多目的化では、評価値として常に元の目的を保持しているため元の問題に対する最適解から逸脱する危険性が少なく、多目的化による多様性の向上により、局所解へ陥る危険性も軽減されるものと思われる。また、これまでに提案されてきた多目的化と異なり、手法の適用に問題の構造があまり依存せず、問題の分割するなど新たな作業もほとんど発生しない。

両手法のうち、前者はいわゆる緩和問題の概念を取り入れた方法である。この手法では、2目的間のトレードオフを2目的間の制約条件の異なりとして定義することができるため、EMOの探索を制約条件付近に集中することができる。その結果、元の問題における制約境界面付近に存在する最適解をより効率よく探索することができると思われる。

一方、後者は局所解からの脱出方法として用いられている手法を組み入れたものである。元の問題における評価値とノイズを加えた問題での評価値間にトレードオフの関係が生じるため、そのトレードオフの区間を利用した局所解からの脱出を期待することができる。また、ノイズを加えた問題の評価値を考慮することで母集団全体が特定の表現パターンに収束しにくくなるため、母集団に多様性が保たれる効果があると思われる。

以下、提案する2つの手法について具体的な対象問題をあげながら説明する。

### 3.1 制約条件の緩和を利用した多目的化

ここでは、本実験において用いるナップザック問題を例に用いて説明する。一般的に、単目的ナップザック問題は下記のように定式化される。

$$\begin{cases} \text{maximize } f(\vec{x}) = \sum_{j=1}^m p_j \cdot x_j \\ \text{s.t.} \\ g(\vec{x}) = \sum_{j=1}^m w_j \cdot x_j \leq c \end{cases} \quad (4)$$

式(4)における $p_j$ および $w_j$ は、それぞれ $j$ 番目の荷物に付随する利益値と重み値を表している。また、 $c$ はナップザックの重量( $w_j$ )値総和の制約値(上限値)である。本論文では、式(4)に対して下記のような制約条件の緩和を用いた多目的化を行った。

$$\begin{cases} \text{maximize } f_1(\vec{x}) = \sum_{j=1}^m p_j \cdot x_j - \alpha \cdot \text{penalty} \\ \text{maximize } f_2(\vec{x}) = \sum_{j=1}^m p_j \cdot x_j \\ \text{s.t.} \\ \text{penalty} = -\min(0, c - \sum_{j=1}^m w_j \cdot x_j) \\ g(\vec{x}) = \sum_{j=1}^m w_j \cdot x_j \leq c' \quad (c' \geq c) \end{cases} \quad (5)$$

式(5)では、重量制約として単目的問題における制約値 $c$ を緩和した $c'$ ( $c' \geq c$ )を新たな制約として用いている。また、式中における $\alpha$ は制約条件 $c$ の違反に対する単位ペナルティを表す定数である。

式(5)では、元の制約( $c$ )を緩和した制約( $c'$ )により定義される可能領域内での最適化を行っており、 $f_1(\vec{x})$ を元の問題における目的最大化、 $f_2(\vec{x})$ を制約緩和した問題における目的最大化として定義している。 $f_1(\vec{x})$ と $f_2(\vec{x})$ の関係から、元々の問題における制約( $c$ )を満たしている時には $\text{penalty} = 0$ となるため $f_1(\vec{x}) = f_2(\vec{x})$ となり、元々の問題における制約を越える状況に置いて $f_1(\vec{x})$ と $f_2(\vec{x})$ 間にトレードオフの関係が生じることが分かる。そのため、この多目的化は制約条件に対して垂直に目的関数間のトレードオフを生じさせる手法と捉えることができる。

一般に、多くの問題において最適解は制約条件付近、可能領域と不可能領域の境界上に存在すると考えられる。EMOを用いた多目的最適化では、トレードオフの存在する領域に探索点が集中するため、提案する多目的化を実装することにより元々の問題における制約と緩和した制約の間に探索が集中し、より効果的な探索の実現が期待できる。

### 3.2 ノイズを利用した多目的化

本論文ではノイズを利用した多目的化として、目的関数値に対してノイズを加えた場合、設計変数値に対してノイズを加えた場合についての検討を行った。式(1)のような単目的問題に対して、目的関数値にノイズを加えた多目的化の式を下記に示す。

$$\begin{cases} \text{minimize } f_1(\vec{x}) = F(\vec{x}) \\ \text{minimize } f_2(\vec{x}) = f_1(\vec{x}) + D \cdot \text{Gauss}(0, 1) \\ \text{s.t.} \\ g_j(\vec{x}) \geq 0 \quad (j = 1, \dots, m) \\ \vec{x} \in X \subset R^n \end{cases} \quad (6)$$

式(6)における $F(\vec{x})$ は元々の単目的問題における評価関数であり、 $D$ は加えるノイズの大きさ調整するための変数である。

Coelloらの多目的化<sup>12)</sup>は制約をペナルティとして扱わないための多目的化であるのに対して、本提案手法は元の制約( $c$ )により定まる可能領域と緩和した制約( $c'$ )により定まる可能領域の間を集中的に探索するための多目的化である。

また、式 (7) に設計変数値に対してノイズを加えた場合の多目的化の式を示す。

$$\begin{cases} \text{minimize } f_1(\vec{x}) = F(\vec{x}) \\ \text{minimize } f_2(\vec{x}) = f_1(\vec{x} + D \cdot \text{Gauss}(0, 1)) \\ \text{s.t. } g_j(\vec{x}) \geq 0 \quad (j = 1, \dots, m) \\ \vec{x} \in X \subset R^n \end{cases} \quad (7)$$

なお、本論文では式 (7) において、ノイズの追加により定義域の上限値を超えた場合には上限値、下限値を下回った場合には下限値へと値の引き戻し操作を行った。

本論文ではノイズに加える大きさ  $D$  の決定方法として、目的関数値に対してノイズを加える場合、設計変数値に対してノイズを加える場合で異なる方法を用いた。目的関数値に対してノイズを加える場合、それまでの探索により得られた評価値の最大値と最小値を  $\alpha$  倍 (ex.  $\alpha = 0.5$ ) したものをを用いた (式 (8))。

$$D = (f^{\max}(\vec{x}) - f^{\min}(\vec{x})) \cdot \alpha \quad (8)$$

また、設計変数に対してノイズを加える場合には、各変数のとりうる範囲に対して  $\alpha$  倍 (ex.  $\alpha = 0.05$ ) したものを  $D$  として用いた。

この多目的化では、式 (6) のように解の目的関数値、設計変数値に直接ノイズを加えているため、解が集中しやすい局所解付近において  $f_1(\vec{x})$  と  $f_2(\vec{x})$  間のズレ (トレードオフの関係) を生じさせる手法と捉えることができる。この多目的化を用いることにより、局所解からの脱出パスが増加し局所解からの脱出が容易になる効果が期待できる。また、ノイズを加えた評価値を考慮することにより、単一目的の場合よりも探索母集団全体の多様性も保持されるものと期待される。

#### 4. 数値実験

本実験では、2 種類の多目的化に関する有効性の検証を行った。制約条件の緩和を利用した多目的化に関する実験として、750 荷物 0/1 ナップザック問題を用い、ノイズを利用した多目的化の実験として、Rastrigin とした代表的な数値テスト関数を用いた。また、最適化アルゴリズムとしては、単一目的 GA として ga2k<sup>13)</sup> 多目的 GA として Deb らにより提案された NSGA-II<sup>4)</sup> を用いた。なお、本論文における全ての実験は 30 試行を行い、以下に示す結果は全て 30 試行の平均となっている。また、全ての実験において終了条件は 200 世代とした。

以下、2 種類の実験において共通する GA の構成法について述べた後、各実験により得られた結果について考察する。

表 1 GA Parameters

population size	200
crossover rate	1.0
mutation rate	1/bit length
terminal criterion	200 generations
number of trial	30

#### 4.1 GA の構成法

2 種類の実験に共通する GA の構成について述べる。本実験における GA の構成は、ga2k, NSGA-II とともに同一である。

個体の表現方法としては 0,1 からなるビット列を用い、交叉および突然変異としてはそれぞれ 2 点交叉、ビット反転を用いた。また、実験に使用したパラメータを表 1 に示す (ga2k, NSGA-II とともに同じパラメータを使用)。

#### 4.2 単目的 GA の多目的問題への適用

本実験では、単目的 GA を多目的問題へ適用する際、式 (9) に示されるような重みパラメータ  $w$  ( $0 \leq w \leq 1$ ) を用いた単一目的化を行った。単目的 GA における適合度計算を式 (9) に示す。

$$F(\vec{x}) = (1 - w) \cdot f_1(\vec{x}) + w \cdot f_2(\vec{x}) \quad (9)$$

#### 4.3 制約条件の緩和を利用した多目的化

制約条件の緩和を利用した多目的化の有効性を検証するために、式 (5) により定式化される 750 荷物 ナップザック問題を用いた実験を行った。

本実験では、荷物の数分のビット列 (750) を用意し、遺伝子のビット位置とアイテム番号の位置を適合させることにより遺伝子の持つアイテム情報を表現した。

今回用いたナップザック問題では重量の制約があるため、この重量を越えるような目的関数値を持つ個体に対して何らかの対処が必要となる。多目的化した式 (5) では、元々の問題における制約 ( $c$ ) と追加した問題における制約 ( $c'$ ) の 2 つが存在する。本実験では、より制約が緩い追加した問題における制約 ( $c'$ ) を超えた場合において、以下に述べる最大利得率に基づく修復を行っている。

#### 最大利得率に基づく修復

Zitler らは、実行不可能解から可能解を生成するための方法として、 $\{p_j/w_j\} (j = 1, 2, \dots, n)$  で定義される利得  $q_j$  の昇順にアイテムを削除する修復手法を用いている<sup>14)</sup>。

なお事前の予備実験から、ここでの式 (5) における  $\alpha$  値として  $\alpha = 3.0$  を用いた。

表 2 The four type experiments of NSGA-II

Type	$f_1$	$f_2$
Multi-objective type	$f_1^{Eq.5}$	$f_2^{Eq.5}$
Original problem type	$f_1^{Eq.4}$	$f_1^{Eq.4}$
$F_1$ Single-objective type	$f_1^{Eq.5}$	$f_1^{Eq.5}$
$F_2$ Single-objective type	$f_2^{Eq.5}$	$f_2^{Eq.5}$

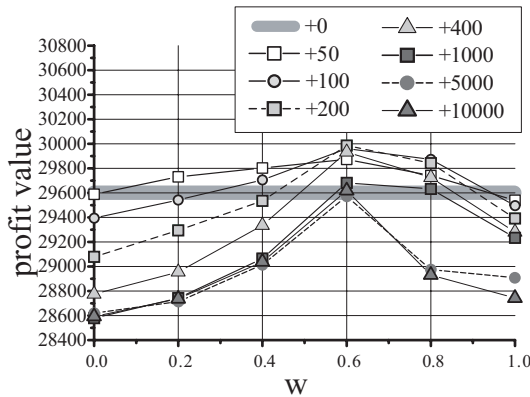


図 1 The results of ga2k.

4.3.1 制約条件の緩和を利用した多目的化に関する実験結果および考察

得られたのうち ga2k による結果を図 1 に, NSGA-II における結果を図 2 に示す. 図 1 における横軸は 2 つの目的を足し合わせて単目的化する際の重み  $\omega$  (cf. 式 (9)) を表しており, 図 2 における横軸は新たに定義した制約の制約緩和量 (新たに定義した制約  $c'$  と元々の問題における制約  $c$  の差 (cf. 式 (5))) を表している. 図 2 では, 50, 100, 200, 400, 1000, 5000, 10000 の 7 種類の制約緩和量について実験を行った (元々の問題における制約値は  $c = 20351.5$  である).

また, 図 2 では NSGA-II における目的関数 ( $f_1(x), f_2(x)$ ) の設定として表 2 に示す 4 通りの実装について実験を行った. 図中における灰色のラインは, ga2k および NSGA-II において元々の単目的問題 (式 (4)) を解いた場合における結果である.

なお, 最終的に得られた解のうち元々の単目的問題における制約 (式 (5) における  $c$ ) を満たしていない解に対しては, 上述の最大利得率に基づく修復を行い制約 ( $c$ ) を満たすよう修正している. そのため, 図 1 および図 2 における解候補は, 全て元々の単目的問題における制約 (式 (5) における  $c$ ) を満たしている.

図 1 より, ga2k では全ての場合において  $\omega = 0.6$  程度付近に近いほど結果が良くなる逆 V 字の結果が得られた. 0.6 程度付近では, ほぼ全ての場合においてオリジナル (元々の問題における結果, 図中の灰色

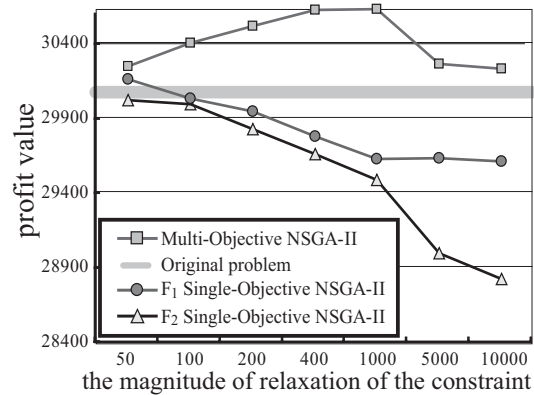


図 2 The results of NSGA-II.

のライン) よりも良好な結果が得られた. また, 制約緩和量が大きいかほど重み  $\omega$  の結果への影響が大きく,  $\omega = 0.0$  もしくは  $\omega = 1.0$  付近における結果の落ち込みが大きいことが確認された.

一方, 図 2 より NSGA-II では多目的の場合において, 最も良好な結果が得られている事が分かる. 多目的の場合では, どの重みの余裕の場合においても元々の結果よりも優れた結果が得られた. また, 多目的の場合だけに注目した場合, 加える重みが 400, 1000 程度の場合が最も優れた結果を示しておりそれ以下, もしくはそれ以上ではそれらの値から離れるほど結果が悪くなるという傾向がみられた. このことより,  $f_2$  として加える重みには最適な重みが存在することが分かる.

また,  $f_1$  のみ, もしくは  $f_2$  のみの最適化の結果ではいずれの重みにおいても元々の結果よりも悪い結果が得られた. これらの結果では, 加える重みが増加するほど結果の落ち込みがみられた.

4.4 ノイズを利用した多目的化

ここでは, ノイズを用いた多目的化の有効性の検証を行う. 数値実験として, 式 (6) により定式化される幾つかの代表的な数値テスト関数を用いた.

4.4.1 数値テスト関数

実験に使用した関数は, 単峰性が多峰性かの観点から, Rastrigin 関数, Schwefel 関数, Ridge 関数, Rotated Rastrigin 関数, Rotated Schwefel 関数の 5 種類の関数を用いた. 前者 2 つの関数は, 変数間に依存があり, 残りの関数には依存関係が存在する. また, 4 つのうち Ridge 関数のみが単峰性の関数となっており, 残りは多峰性の関数である. Rotated Rastrigin 関数は, Rastrigin 関数を適当に回転させることにより, 変数間に依存関

係を導入したものであり、ランドスケープの形状は同じである。なお、本実験では全ての問題を 10 変数の問題として扱った。

以下、用いた 5 種類の関数について説明する。

### Rastrigin

$$F_{Rastrigin}(\vec{x}) = 10 \cdot n + \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)) \quad (10)$$

$$(-5.12 \leq x_i < 5.12)$$

Rastrigin 関数における最適解は、 $F_{Rastrigin}(0, 0, \dots, 0) = 0$  である。最適解の周辺に格子状に準最適解（最適値に近い値を持つ局所的最適解）を持つ多峰性関数である。設計変数間に依存関係はない。

### Schwefel

$$F_{Schwefel}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n -x_i \sin(\sqrt{|x_i|}) + 418.98288727 \cdot n \quad (11)$$

$$(-512 \leq x_i < 512)$$

Schwefel 関数は、最適解を探索領域の境界付近に持つ多峰性関数であり、 $F_{Schwefel}(420.968746, \dots, 420.968746) = 0$  を最適解に持つ。Rastrigin と異なり最適解の周辺に準最適解が存在しないため、探索プロセスの早い段階において大域的な解探索がなされなければ、局所的最適解に収束する。

### Ridge

$$F_{Ridge}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^i x_j \right)^2 \quad (12)$$

$$(-64 \leq x_i < 64)$$

Ridge 関数は、45 度に傾いた楕円状の等高線を持つ関数であり、設計変数間に依存関係を持つ単峰性関数である。Ridge 関数における最適解は、 $F_{Ridge}(0, 0, \dots, 0) = 0$  である。

### Rotated Rastrigin

式 (10) により表される Rastrigin 関数を原点を中心にして回転させた関数である。回転により設計変数間に依存関係が生じるため、変数の依存関係を有する多峰性の連続関数となっている。

### Rotated Schwefel

式 (11) により表される Rastrigin 関数を原点を中心にして回転させた関数である。Rotated Rastrigin と同様、回転により設計変数間に依存関係が生じるため、変数の依存関係を有する多峰性の連続関数となっている。

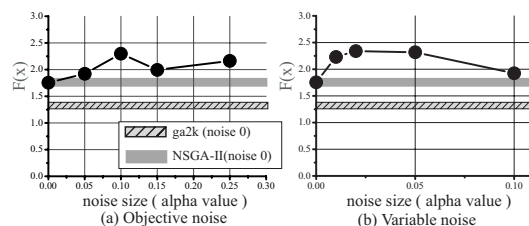


図 3 The result of Rastrigin.

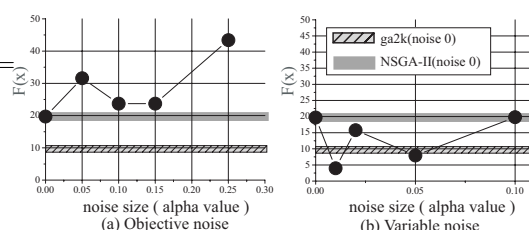


図 4 The result of Schwefel.

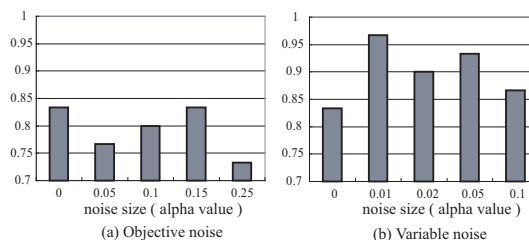


図 5 The number of runs in which NSGA-II algorithm succeeded in finding the global optimum (Schwefel).

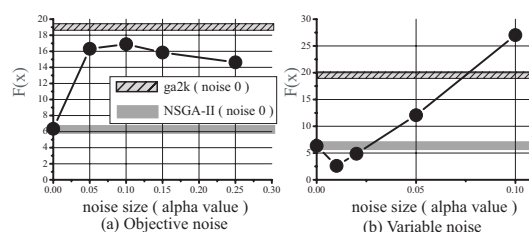


図 6 The result of Ridge.

#### 4.4.2 数値テスト関数に対する GA の適用方法

本実験での GA の構成について述べる。全ての問題において 1 変数あたり 20 ビットのグレイコーディングを用いた。なお、本実験では全ての問題を 10 変数として扱ったため遺伝子長は 200 ビットである。また、探索の終了条件として世代数 200 を用いた。

#### 4.4.3 ノイズを利用した多目的化に関する実験結果および考察

前節に示した各関数に対する結果を、それぞれ図 3,

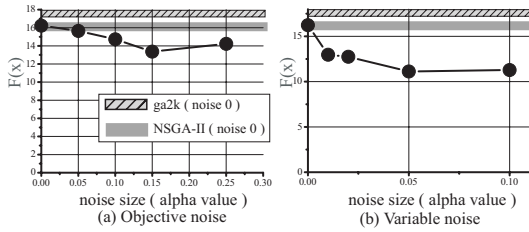


図 7 The result of Rotated Rastrigin.

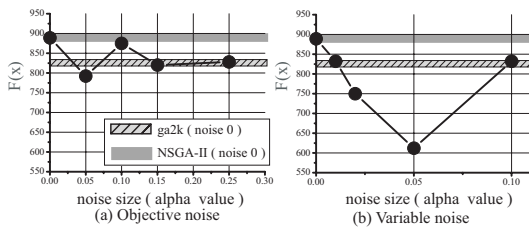


図 8 The result of Rotated Schwefel.

図 4, 図 5, 図 6, 図 7 に示す。

図中における横軸は、ノイズを加える大きさを表す  $\alpha$  を表しており、 $\alpha$  が大きくなるほど加わるノイズが大きくなっていることを示している。各図 (a) には目的関数値に対してノイズを加えた結果、図 (b) には各変数値に対してノイズを加えた結果を示している。また、各図における灰色の太い横線はノイズ 0 の場合（元々の単目的最適化として解いた場合に対応）における結果であり、図中に示されるとおり斜線の入った灰色の太線は ga2k における結果でありもう一方は NSGA-II における結果である。今回対象とした問題は最小化問題であるため、この灰色線よりも下であれば元々の単目的問題として解くよりも良好な結果が得られたと考えることができる。

得られた結果について考察する。Rastrigin の結果である図 3 より、全ての場合においてノイズを加えた場合には改悪されていることが分かる。一方、図 4 より同じ変数間に依存関係の無い Schwefel では変数間にノイズを加えた場合において良好な結果が得られているのが分かる。このことは、Schwefel における最適解付近 ( $F(\vec{x}) \leq 0.001$ ) への到達割合を示す図 5 から読み取ることができる。図 5 から分かるように変数間にノイズを加えた場合には、全ての場合において最適解付近への到達割合が増加しているのが分かる。また、

予備実験により、ノイズを加えた多目的化式 (6) を重み  $w$  を用いて単目的化した ga2k の結果は、全ての場合においてノイズ 0 の場合よりも劣った改悪の結果であったため本論文では割愛する。

図 4 より Schwefel において ga2k は、NSGA-II に比べ良好な結果を得ていることが分かる。これは、ga2k における島モデルの効果によるものと考えられる。

Rastrigin 関数と異なり Schwefel 関数では、最適解の周辺に準最適解が存在しない。そのため、探索プロセスの早い段階において探索母集団全体としてある特定の表現パターンに収束しないことが重要となる。得られた結果より、各変数値にノイズを加えた場合には母集団を分割する島モデルと同様に初期収束が緩和される効果が現れていると思われる。逆に最適解の周辺に準最適解が存在する Rastrigin 関数では、ノイズをくわえることにより局所的な探索能力が下がってしまうため改悪の結果となったと思われる。

変数間に依存関係のある関数について考察する。図 6 に示される Ridge 関数では、より各変数値に極少量のノイズを加えた場合において元の単目的の場合に比べて良好な結果が得られているが、それ以外の場合にはあまり良い結果は得られていないのが分かる。しかし、同じく変数間に依存関係のある Rotated Rastrigin 関数では、図 7 から分かるとおりノイズを加えたほぼ全ての場合において良好な結果が得られている。特に、各変数値にノイズを加えた場合には元の単目的の場合に比べて非常に良好な結果が示されているのが分かる。

Rotated Rastrigin 関数と同様、依存関係があり多峰性を有する Rotated Schwefel 関数では、図 8 に示されるとおり各変数値にノイズを加えた場合において非常に良好な結果を示している。特に、ノイズを加える量に応じて V 字の結果を示していることから最適なノイズ量（この場合では、0.05 付近）が存在することが分かる。

また、変数間に依存関係のある関数における ga2k と NSGA-II の結果を比較してみると全ての場合において、NSGA-II が勝っているのが分かる。これは、多目的最適化アルゴリズムである NSGA-II のほうが 1 世代における世代間ギャップが少なく特定の表現パターンに収束しにくい効果があるためであると思われる。このことは、変数間に依存関係のない関数においては逆に ga2k の方が勝っていることにも現れている。

#### 探索母集団の多様性に関する考察

ノイズを利用した多目的化の効果についてより詳細に検証するため、母集団の多様性の推移についても考察を行った。母集団の多様性の推移として、下記の式で示されるエリート個体の変数値からの偏差を用いた。

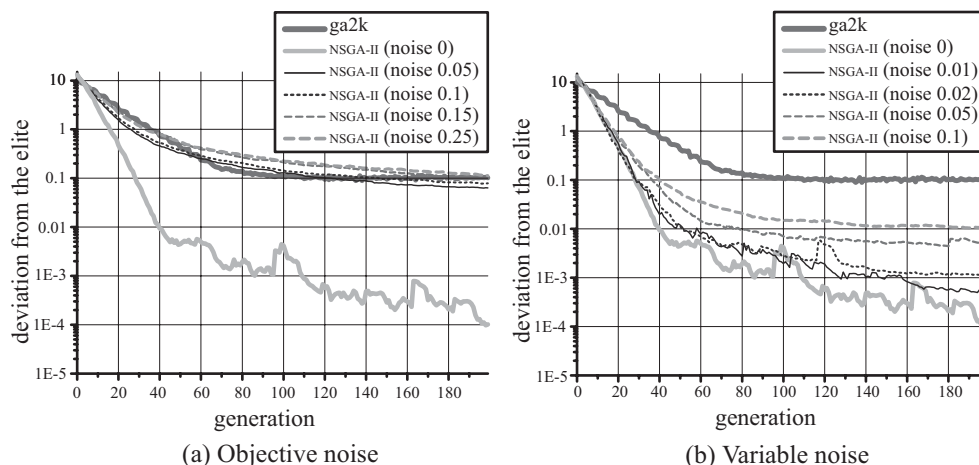


図 9 The transition of diversity (Ridge).

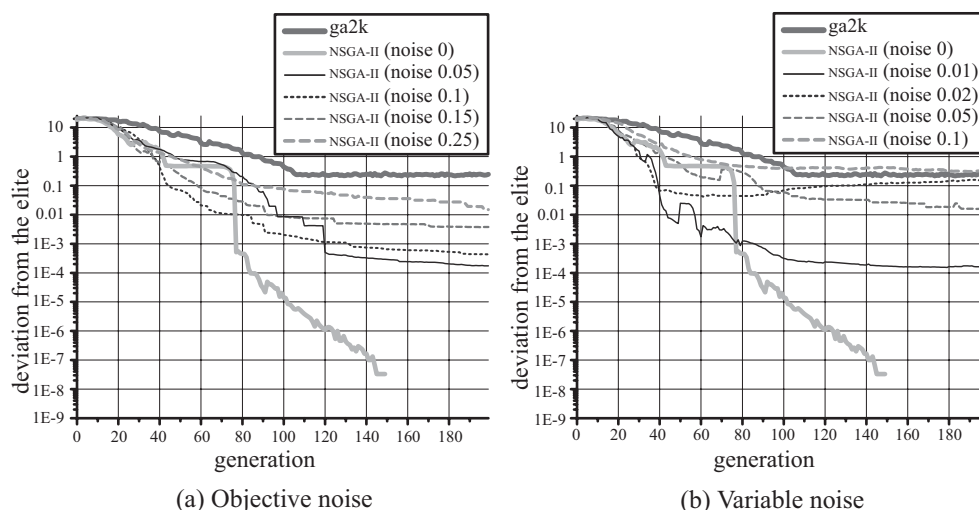


図 10 The transition of diversity (Rotated Schwefel).

$$s_N^{\text{elite}} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (\vec{x}_i - \vec{x}^{\text{elite}})^2} \quad (13)$$

なお、式(13)中における  $N$  は母集団の総個体数であり、 $\vec{x}^{\text{elite}}$  はその世代におけるエリート個体を表す。

ここでは、Ridge 関数と Rotated Schwefel 関数の 2 つの関数における母集団多様性の推移をそれぞれ図 9、図 10 に示す。図中における横軸は探索世代、縦軸はエリート個体からの偏差  $s_N^{\text{elite}}$  を対数軸で表したものである。偏差  $s_N^{\text{elite}}$  の値が高いほど母集団内における多様性が高いと判断することができる。

図 9、図 10 より、いずれの関数においてもノイズの追加により母集団の多様性が向上し、与えるノイズ

量が多いほど多様性が向上していることが分かる。また、島モデルに基づく ga2k では母集団分散の効果により探索全般を通じて非常に高い多様性が保たれているのに対して、ノイズを加えない場合の NSGA-II では世代が進むに従って多様性が大きく減少していることが分かる。

また、多様性と得られた評価値の関係について考察した場合、多峰性を有しない Ridge 関数では母集団の多様性よりも局所探索性能が重要となってくるため、図 6 および図 9 から、偏差の小さいものにおいて良好な結果が得られているのが分かる。

図 10 中において、NSGA-II(noise 0) のラインが 150 世代付近で消えているのは、その世代以降の偏差  $s_N^{\text{elite}}$  が 0 となっているためである。

一方, Rotated Schwefel 関数では, ノイズ量増加に伴い多様性が向上していることが両多目的化において共通して確認できるものの, 図 8 に示される解の評価値において 2 つの多目的化の結果が大きく異なっていることが分かる. 目的関数値にノイズを加えた場合, ノイズの量に対する結果の変化があまりみられないのに対して, 変数値にノイズを加えた場合にはノイズ量の変化に伴い結果も大きく変化している.

対象とした Rotated Schwefel 関数では, その性質上, 探索の初期から終盤においてより広範囲の探索を行うことが求められる. そのことから, 目的関数値にノイズを加えた場合には, 多様性は向上するものの探索範囲自体に大きな変化はないと考えられる. 対して, 変数値にノイズを加えた場合には, 多目的化しない場合に比べより幅広い範囲の探索を実現できているものと考えられる.

以上の結果より, 多峰性で変数間に依存関係のある問題において, 変数値にノイズを加えた多目的化はノイズの大きさを表すパラメータによる結果の善し悪しはあるものの非常に有効であることが明らかとなった. また, 母集団の多様性と得られた評価値の関係から, 変数値にノイズを加えた多目的化は多様な解を用いた幅広い範囲の探索を実現できていることが分かった.

## 5. ま と め

本論文では, 単目的最適化問題の多目的化に関する 2 種類の手法の提案とその有効性の検証を行った. 数値実験より以下の事柄が明らかとなった.

- (1) 制約条件の緩和を利用した多目的化について  
ナップザック問題を用いた実験より, 従来までの単目的の場合に比べ制約を緩和した目的を追加した多目的最適化は良好な結果を得ることができた. 元々の目的, もしくは緩和した目的に対する単目的最適化の場合に比べ, NSGA-II を用いた多目的最適化では全ての場合においてそれらよりも良好な結果を得ることができた. また, 実験により最適な制約の緩和量が存在することも明らかとなった.
- (2) ノイズを利用した多目的化について  
Rastrigin 関数, Schwefel 関数, Ridge 関数, Rotated Rastrigin 関数, Rotated Schwefel 関数の 5 つのテスト関数に対して, 目的関数値にノイズを加える場合と設計変数値にノイズを加える場合の 2 種類について実験を行った. 数値実験より, 多峰性があり設計変数間に依存関係のある問題において多目的化は非常に有効であることが分かっ

た. 一方, 変数間に依存関係があっても単峰性である Ridge 関数や多峰性であるが変数間に依存関係のない Rastrigin 関数ではあまり良好な結果を得ることができなかった. また, ノイズを利用した多目的化による母集団の多様性について考察した結果, 両多目的化ともに母集団の多様性向上が実現されているものの, 目的関数値にノイズを加えた場合には探索範囲にあまり変化が無いのに対して, 設計変数値にノイズを加える場合には多目的化しない場合に比べより幅広い範囲の探索を実現できていることが分かった.

## 参 考 文 献

- 1) J.D.Schaffer. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. In *Proceedings of 1st International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, pp. 93–100, 1985.
- 2) K.Deb. *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*. Chichester, UK:Wiley, 2001.
- 3) C.A. Coello Coello, D.A. Van Veldhuizen, and G. B. Lamont. *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. Kluwer Academic Publishers, New York, May 2002. ISBN 0-3064-6762-3.
- 4) K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No.2, pp. 182–197, April 2002.
- 5) E. Zitzler, M. Laumanns, and L. Thiele. SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm. In K. Giannakoglou, D. Tsahalis, J. Periaux, P. Papailou, and T. Fogarty, editors, *EUROGEN 2001. Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Applications to Industrial Problems*, pp. 95–100, Athens, Greece, 2002.
- 6) 渡邊真也, 廣安知之, 三木光範. 近傍培養型遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化. 情報処理学会論文誌「数理モデル化と応用」Vol.43 No.SIG 10(tom7 号), pp. 183–198, 2002.
- 7) N.Weicker, G.Szabo, K.Weicker, and P.Widmayer. Evolutionary Multiobjective Optimization for Base Station Transmitter Placement with Frequency Assignment. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 7, No. 2, pp. 189–203, April 2003.
- 8) S.Obayashi, T.Tsukahara, and T.Nakamura. Multiobjective Genetic Algorithm applied to Aerodynamic Design of Cascade Airfoils. *IEEE*

- Transactions on Industrial Electronics*, Vol.47, No.1, February 2000.
- 9) S.Obayashi, T.Tsukahara, and T.Nakamura. Multiobjective Evolutionary Computation for Supersonic Wing-Shape Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol.4, No.2, pp. 182–187, July 2000.
- 10) 廣安知之, 廣安博之, 三木光範, 渡邊真也, 上浦二郎. 現象論モデルと遺伝的アルゴリズムによるディーゼルエンジン燃料噴射率の多目的最適化. 自動車技術会論文集, Vol.35, No.1, pp. 51–56, 2004.
- 11) D.Knowles, A.Watson, and W.Corne. Reducing local optima in single-objective problems by multi-objectivization. In *First International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization*, Springer-Verlag. *Lecture Notes in Computer Science No. 1993*, pp. 268–282, 2001.
- 12) C.A.Coello Coello. Treating constraints as objectives for single-objective evolutionary optimization. In *Engineering Optimization*, Vol.32, pp. 275–308, 2000.
- 13) T.Hiroyasu, M.Miki, et al. PDGA:<http://mikilab.doshisha.ac.jp/dia/research/pdga/archive/index.html>, 2002.
- 14) E.Zitzler and L.Thiele. Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*,

*tion*, Vol.3, No.4, pp. 257–271, 1999.

(平成 16 年 11 月 28 日受付)

(平成 17 年 2 月 4 日採録)



渡邊 真也 (正会員)

1977 年生 . 2003 年同志社大学大学院工学研究科 博士後期課程修了 . 工学 (博士) . 同年 産業総合研究所 生命情報科学研究センター 特別研究員 , 現在 立命館大学 情報理工学部 講師 . 進化的計算 , 最適設計 , 並列処理などの研究に従事 . IEEE, 情報処理学会 , 日本知能情報ファジィ学会 , システム制御情報学会各会員 .



榊原 一紀 (正会員)

1999 年神戸大学工学部電気電子工学科卒業 , 2004 年神戸大学院自然科学研究科博士後期課程修了 , 同年立命館大学理工学部助手 , 現在に至る . 博士 (工学) . スケジューリング問題のモデル化と解法 , 進化・学習アルゴリズムの理論と応用に関する研究などに従事 . 計測自動制御学会 , システム制御情報学会各会員 .